

Contrôle de la convection Marangoni thermique dans les procédés de bombardement électronique

Philippe Marty^{a*}, Laurent Martin-Witkowski^{b,1}

^a Laboratoire LEGI, BP 53 X, F-38041 Grenoble cedex, France

^b 140 Mechanical Engineering Building, University of Illinois, 1206 West Green St., MC 244 Urbana, IL 61801, USA

(Reçu le 16 décembre 1998, accepté le 7 mai 1999)

Résumé — Dans une installation de bombardement électronique, la surface libre du bain liquide est soumise à un fort gradient thermique qui donne naissance à un écoulement Marangoni circulant dans le plan méridien. Cet écoulement transporte une partie importante de la puissance fournie par le faisceau d'électrons et limite le rendement énergétique de l'installation. A partir d'une modélisation numérique axisymétrique de l'écoulement et des transferts de chaleur, ce travail montre que l'application d'un champ magnétique tournant de faible intensité abaisse la déperdition de chaleur engendrée par l'écoulement de Marangoni. Son efficacité est due au fait qu'il génère un écoulement méridien de sens opposé à la cellule convective d'origine Marangoni. Ainsi, pour un flux incident donné, la température de surface est augmentée. © 2000 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS
bombardement électronique / convection Marangoni / convection thermique / champs magnétiques tournants

Abstract — **Control of thermal Marangoni convection in electron beam technology.** In electron beam devices, the free surface of the liquid metal is submitted to high temperature gradients which, owing to the Marangoni shear at the surface, give rise to an intense recirculating meridional flow. This flow takes an important part of the heat given by the electron beam hitting the surface near its center and transports it towards the external cooled walls. This gives a poor energetic efficiency. The present work considers the possibility of using a rotating magnetic field to improve the energetic efficiency. It is shown numerically that a rotating magnetic field generates a meridional cell which flows in the opposite direction to the Marangoni flow. As a consequence, for a given heat flux, the temperature surface is increased. © 2000 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

electron beam technology / Marangoni convection / rotating magnetic fields / convective heat transfer

Nomenclature

Variables dimensionnelles

A	dérivée de la tension superficielle par rapport à T : $A = \partial\gamma/\partial T$	$\text{N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
B_0	intensité du champ magnétique	T
H	hauteur du bain	m
k	conductivité thermique du fluide	$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
R	rayon du bain	m
R_0	rayon du faisceau d'électrons frappant la surface libre	m
t	temps	s
T	température	K
ΔT	écart caractéristique de température sur la surface libre	K

T_0	température de la paroi verticale et du fond	K
U^*	échelle de vitesse due à la convection Marangoni	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
U_{Arch}	échelle de vitesse due à la convection naturelle	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
α	diffusivité thermique du fluide	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
γ	tension superficielle	$\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$
μ	viscosité dynamique du fluide	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$
ν	viscosité cinématique du fluide	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
Ω	pulsation du champ magnétique tournant	$\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
φ	flux de chaleur	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
Φ_0	puissance incidente du faisceau d'électrons	W
ρ	masse volumique du fluide	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
σ	conductivité électrique du fluide	$\Omega^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$

*Philippe.Marty@hmg.inpg.fr

¹witko@me.uiuc.edu

Variables adimensionnelles

f_θ	force électromagnétique azimutale
Gr	nombre de Grashof : $Gr = g\beta\Delta T R^3/v^2$
h	rapport de forme du bain : $h = H/R$
Ma	nombre de Marangoni : $Ma = AR\Delta T/(\alpha\mu)$
Pr	nombre de Prandtl du fluide : $Pr = v/\alpha$
r	coordonnée radiale
r_0	rayon du faisceau d'électrons frappant la surface libre
T_m	nombre de Taylor magnétique : $T_m = \sigma\Omega B_0^2 R^4/(2\rho v^2)$
z	coordonnée axiale
Γ	moment cinétique
ω	vorticité
ψ	fonction de courant
θ	coordonnée azimutale
Θ	température

1. INTRODUCTION

Dans les dispositifs de bombardement électronique d'un métal liquide, le contrôle de l'hydrodynamique du bain est un enjeu important de l'amélioration du rendement énergétique. En effet, aux pertes radiatives s'ajoutent celles dues au transport de chaleur par convection (figure 1) dont l'origine est double. L'existence d'un important gradient de température entre le centre de la surface libre et la paroi engendre une contrainte de surface de type Marangoni qui, pour les métaux liquides, génère un écoulement de surface dirigé vers les rayons croissants [2]. La cellule convective ainsi créée prélève de la chaleur au point d'impact du faisceau d'électrons et la restitue aux parois où le refroidissement assure une température plus basse qu'au centre du bain. La continuité impose à cet écoulement de se refermer dans les couches plus profondes du bain où il se dirige alors vers l'axe de symétrie de l'installation. A ce premier type d'écoulement méridien se superpose une seconde source de mouvement du fait de la convection naturelle dont l'origine est due aux variations de densité du fluide dans la direction radiale. Le sens de rotation de cet écoulement est cette fois indépendant de la nature du fluide et est dirigé vers les rayons croissants en haut du bain et vers l'axe de symétrie dans les couches inférieures de celui-ci. Un bilan de puissance réalisée sur une installation de 40 kW fait ressortir que 30 kW au moins sont emportés par le fluide de refroidissement des parois par l'intermédiaire de ces recirculations méridiennes. Prenant en compte les

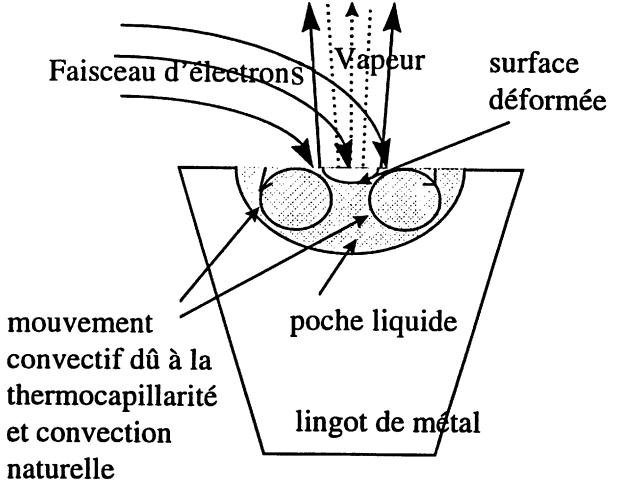


Figure 1. Installation de bombardement électronique montrant le sens des cellules convectives méridiennes transportant la chaleur du faisceau d'électrons vers les parois froides du dispositif (figure extraite de [1]).

Figure 1. Electron beam device showing the direction of the recirculating cells which carry part of the heat of the electron beam towards the cold walls [1].

autres pertes, notamment radiatives, on obtient un rendement énergétique global de l'ordre de 5 % seulement.

La bonne conductivité électrique des métaux liquides laisse penser qu'un champ magnétique permanent, c'est-à-dire indépendant du temps, devrait être capable de freiner les mouvements méridiens du fluide. Récemment, l'application d'un champ magnétique constant et vertical a été proposée [3]. Une installation expérimentale dans laquelle un mouvement convectif est entretenu par un élément chauffant situé au centre de la surface libre d'un bain de métal liquide a été instrumentée et les résultats confirment la diminution du nombre de Nusselt lorsqu'on augmente le champ magnétique. Un tel type de champ magnétique nécessite toutefois la présence de circuits magnétiques encombrants ou bien l'emploi de bobines supraconductrices dont le prix de revient peut être élevé. De plus, en traversant le champ magnétique, le faisceau d'électrons subit une déviation qui peut nuire au procédé.

Des recherches récentes sur le contrôle d'un écoulement de métal en géométrie cylindrique ont montré qu'un champ magnétique tournant est d'un emploi beaucoup plus aisés (voir par exemple [4, 5]). Crée par un système de courants électriques triphasés disposés autour du creuset, un champ tournant engendre des forces électromagnétiques au sein du métal qui mettent celui-ci en rotation. La vitesse de cette rotation est ainsi contrôlable par l'intensité et la fréquence du champ magnétique. On observe que la valeur de la vitesse azimutale n'est toutefois

pas constante suivant une verticale si bien qu'au mouvement de rotation du fluide se superposent une ou plusieurs recirculations mériennes dues à la variation de la force centrifuge dans la direction verticale. L'objectif de ce travail est de tester numériquement l'aptitude d'un champ magnétique tournant à contrôler un écoulement similaire à celui de la *figure 1*. Pour un flux de chaleur imposé frappant le centre de la surface libre, on s'attachera à montrer que l'application d'un champ magnétique tournant permet d'obtenir une température de surface plus élevée.

2. MODÈLE ÉTUDIÉ

Une étude industrielle nécessiterait la prise en compte de la géométrie exacte du bain et notamment le calcul de la forme du front de solidification ainsi que la déformation de la surface libre. Nous nous limitons dans cette première approche à la géométrie simplifiée présentée sur la *figure 2* où les variables de travail définies dans ce paragraphe sont indiquées sous forme adimensionnelle. La zone fluide est cylindrique, de rayon R , de hauteur H et la surface libre est supposée indéformable. Une modélisation complète nécessiterait une discrétisation de la coordonnée azimutale θ et conduirait ainsi à la résolution d'un problème tridimensionnel. Des travaux récents [6] traitant la coordonnée azimutale par une méthode spectrale ont montré que la rotation due au champ de force créé par un champ magnétique tournant avait pour effet

de garder une certaine axisymétrie à l'écoulement. Afin de ne pas augmenter considérablement le temps de calcul, une modélisation axisymétrique a été retenue pour ce travail.

Le flux de chaleur a une valeur imposée Φ_0 dont on suppose que la densité évolue radialement suivant la loi :

$$\varphi = \frac{\Phi_0}{\pi R_0^2} e^{-r^2/R_0^2} \quad (1)$$

où R_0 représente le rayon de la tâche centrale où tombe le faisceau d'électrons. En intégrant (1) entre 0 et R_0 , on constate que, pour $R_0 = R/10$ ce spot central reçoit alors à lui seul 63 % de l'énergie totale Φ_0 reçue par toute la surface entre $r = 0$ et $r = R$. Ceci confirme l'aptitude de la fonction définie en (1) à traduire une forte concentration de chaleur au centre de la surface libre.

La paroi verticale ainsi que le fond sont isothermes et à la température T_0 . Le métal est soumis à une force volumique azimutale f_θ dont le calcul est présenté au prochain paragraphe.

Les équations du mouvement et de la chaleur sont résolues par différences finies [5]. L'écoulement mérien ($u_r, 0, u_z$) est décrit par sa vorticité $\omega = \text{rot}(u_r, 0, u_z)$ et sa fonction de courant ψ telle que $(u_r, 0, u_z) = \text{rot}(0, -\psi/r, 0)$, tandis que l'écoulement azimuthal est obtenu par l'équation de transport du moment cinétique $\Gamma = r u_\theta$. Afin de traiter ces équations sous forme

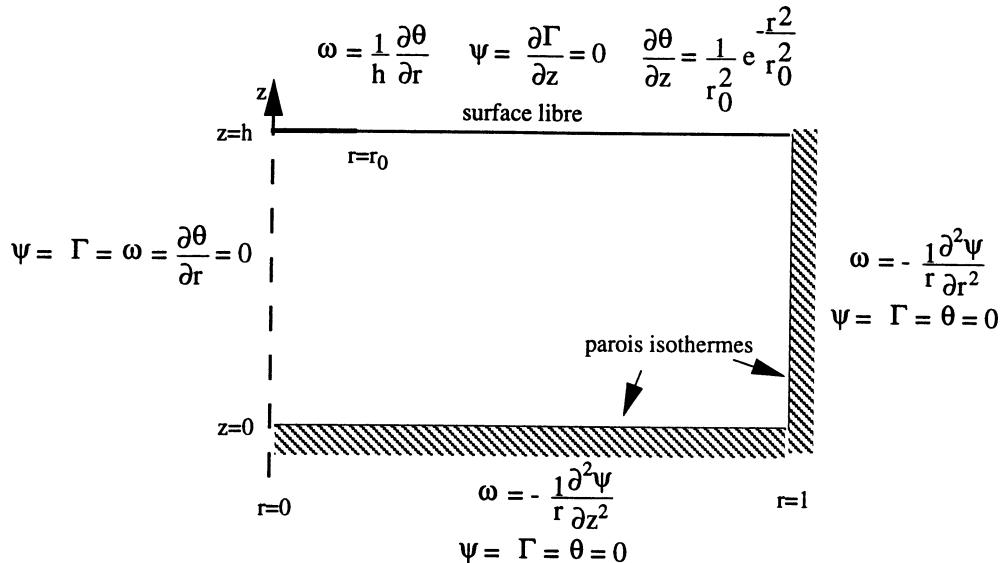


Figure 2. Modèle simplifié retenu (les variables indiquées sont adimensionnelles).

Figure 2. Simplified model (in dimensionless variables).

adimensionnelle, il est nécessaire de dégager les ordres de grandeur pertinents des différentes variables.

Une différence typique de température ΔT est obtenue en égalant la densité moyenne de flux incidente et le flux conductif dans le métal dans la direction radiale :

$$\frac{\Phi_0}{\pi R^2} = k \frac{\Delta T}{R} \quad (2)$$

où k désigne la conductivité thermique du fluide. On en déduit une échelle de vitesse U^* basée sur un équilibre entre la contrainte surfacique de Marangoni et la contrainte visqueuse de l'écoulement méridien :

$$A \frac{\Delta T}{R} = \mu \frac{U^*}{H} \quad (3)$$

où $A = \partial\gamma/\partial T$ désigne la dépendance de la tension superficielle γ avec la température et μ la viscosité dynamique du fluide. On déduit ainsi les échelles de temps : $t^* = R/U^*$, de vorticité : $\omega^* = U^*/R$, de fonction de courant : $\Psi^* = U^* R^2$ et de moment cinétique : $\Gamma^* = U^* R$. L'échelle de longueur est prise égale au rayon R du bain. L'échelle de force azimutale vaut $\sigma \Omega R B_0^2/2$ où σ désigne la conductivité électrique du métal, B_0 et Ω l'intensité et la pulsation du champ magnétique tournant.

Les équations adimensionnelles du problème s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \frac{\partial(u_r \Gamma)}{\partial r} + \frac{\partial(u_z \Gamma)}{\partial z} + \frac{u_r \Gamma}{r} \\ = \frac{Pr}{Ma h} \left(\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Gamma}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial z^2} \right) + \frac{T_m Pr^2}{Ma^2 h^2} r f_\theta \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial(u_r \omega)}{\partial r} + \frac{\partial(u_z \omega)}{\partial z} \\ = \frac{Pr}{Ma h} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{\omega}{r^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\Gamma^2}{r^3}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial \Theta}{\partial r} + u_z \frac{\partial \Theta}{\partial z} \\ = \frac{1}{Ma h} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

$$r \omega = \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \quad (7)$$

où la température adimensionnelle $\Theta = (T - T_0)/\Delta T$ a été introduite. Le facteur de forme $h = H/R$ et le nombre de Prandtl $Pr = \nu/\alpha$, rapport des diffusivités cinématique et thermique du fluide, sont les caractéristiques respectives de la géométrie et de la nature du fluide tandis que les nombres de Marangoni et de Taylor sont les deux pa-

ramètres de contrôle de ce problème. Ils sont définis par :

$$Ma = \frac{AR\Delta T}{\alpha\mu}, \quad T_m = \frac{\sigma\Omega B_0^2 R^4}{2\rho\nu^2} \quad (8)$$

où ρ désigne la masse volumique du fluide. Le nombre de Marangoni est défini de manière classique et, peut s'interpréter comme un nombre de Péclet basé sur la vitesse caractéristique U^* , mais modifié par le facteur de forme h , tandis que le nombre de Taylor magnétique, T_m , a une structure qui rappelle celle du nombre de Grashof dans lequel les forces d'Archimède sont remplacées par les forces électromagnétiques. Les conditions aux limites dynamiques sur ω , ψ et Γ traduisent l'adhérence aux parois en $r = 1$ et $z = 0$ (figure 2). A la surface libre elles s'écrivent :

$$\psi = 0, \quad \omega = \frac{1}{h} \frac{\partial \Theta}{\partial r}, \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

lant ainsi la contrainte surfacique au gradient de température. Les conditions sur l'axe $z = 0$ traduisent la symétrie du problème. Les conditions aux limites thermiques s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial z} &= \frac{1}{r_0^2} e^{-r^2/r_0^2} && \text{en } z = h \\ \Theta &= 0 && \text{en } r = 1 \text{ et en } z = 0 \\ \frac{\partial \Theta}{\partial r} &= 0 && \text{en } r = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

où $r_0 = R_0/R$ a été choisi égal à 0.1.

Le modèle décrit dans ce paragraphe ignore la convection naturelle qui est induite par le gradient radial $\partial T/\partial r$ de température. Pour justifier cette hypothèse, formons le rapport, U_{Arch}/U^* de la vitesse U_{Arch} qui serait générée par la convection naturelle seule à la vitesse U^* due à la convection Marangoni. On obtient :

$$\frac{U_{\text{Arch}}}{U^*} = \frac{Gr^{1/2} Pr}{Ma h} \quad (11)$$

où $Gr = g\beta\Delta TR^3/\nu^2$ désigne le nombre de Grashof. Dans une installation industrielle Ma est de l'ordre de 10^8 et ΔT de l'ordre de 1 000 K ce qui conduit à $Gr \approx 10^{11}$. Prenant h de l'ordre de l'unité et $Pr \approx 0.01$, on obtient effectivement : $U_{\text{Arch}}/U^* \approx 10^{-4}$.

La méthode numérique utilisée pour résoudre les équations (4)–(7) est basée sur une discréttisation en différences finies précise au deuxième ordre en espace et au premier ordre en temps. Une méthode du type ADI (Alternating Direction Implicit) est utilisée. Un maillage de 80×160 est utilisé dans les directions r et z . Le pas de

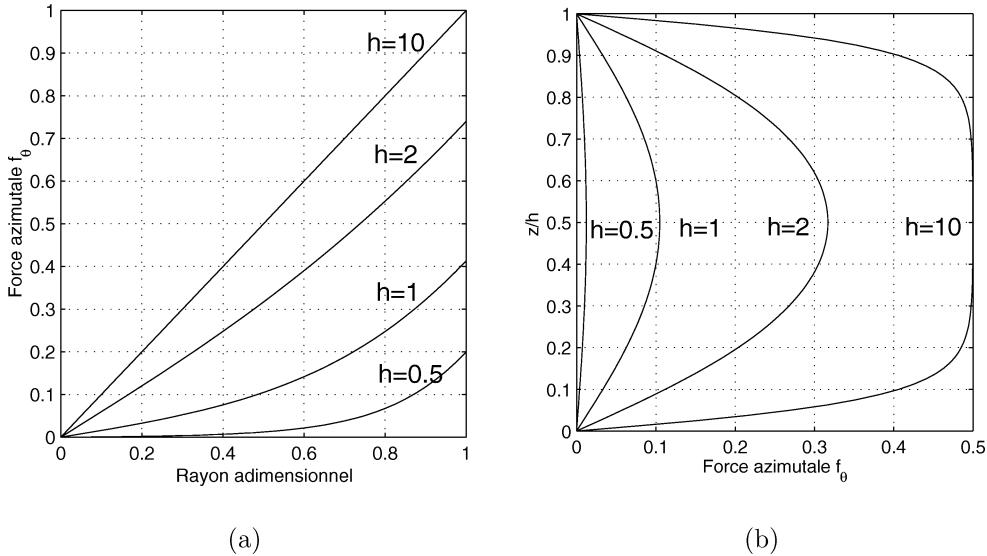


Figure 3. Distribution radiale (en $z = h/2$) et verticale (en $r = 0.5$) de la force azimuthale f_θ pour différents facteurs de forme $h = H/R$ (en (b) l'ordonnée représente z/h).

Figure 3. Radial (in $z = h/2$) and vertical (in $r = 0.5$) distribution of the azimuthal force f_θ for various aspect ratio $h = H/R$.

temps de chaque itération varie de 10^{-3} à 10^{-2} selon les valeurs de Ma et T_m . Une modélisation similaire a déjà été effectuée par Ben Hadid et Roux [7] pour une cavité rectangulaire et en l'absence de champ magnétique. La vorticité et la fonction de courant y ont également été choisies comme variables de travail.

3. CALCUL DES FORCES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

Un dispositif industriel serait constitué d'un inducteur de hauteur limitée constitué par des enroulements électriques compacts donnant au champ magnétique une structure tridimensionnelle. Nous supposerons ici que la nappe de courants inducteurs est de hauteur infinie. Ceci entraîne un champ magnétique de la forme

$$\mathbf{B} = B_0 (\sin(\theta - \Omega t) \mathbf{e}_r + \cos(\theta - \Omega t) \mathbf{e}_\theta) \quad (12)$$

où \mathbf{e}_r et \mathbf{e}_θ sont les vecteurs polaires du plan horizontal perpendiculaire à Oz . Ce champ magnétique est donc analogue à une onde tournante et génère au sein du métal une distribution de courants électriques induits \mathbf{j} qui est également dépendante du temps. Le champ de force électromagnétique $\mathbf{j} \wedge \mathbf{B}$ qui en découle contient alors une composante moyenne et une composante fluctuante en temps et en espace. Moyennant certaines hypothèses qu'il est aisément de satisfaire en choisissant un couple

adapté de Ω et B_0 , on peut montrer que le fluide ne répond, au premier ordre, qu'à la composante moyenne de f_θ . La composante moyenne du champ de force électromagnétique s'obtient alors par une somme de fonctions analytiques [5] :

$$f_\theta = r - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2J_1(\lambda_n r)}{(\lambda_n^2 - 1)J_1(\lambda_n)} \cdot \frac{\sinh(\lambda_n z) + \sinh(\lambda_n(h-z))}{\sinh(\lambda_n h)} \quad (13)$$

où J_1 est la fonction de Bessel de première espèce et λ_n sont les zéros de J'_1 . Ce champ de force, rendu adimensionnel par la quantité $\sigma \Omega R B_0^2 / 2$ est représenté sur la figure 3. Pour un cylindre élancé ($h \geq 10$) la force a une distribution radiale linéaire et une intensité quasi constante sur presque toute la hauteur. La force s'annule en $z = 0$ et $z = h$ du fait de la fermeture des courants électriques induits au voisinage du fond et de la surface libre. Pour un cylindre plus ramassé, la densité de f_θ varie constamment en r et z et sa valeur maximum s'affaiblit par rapport au cas précédent.

4. RÉSULTATS

La température de surface sera choisie comme critère d'évaluation de la réduction du transport de chaleur par le

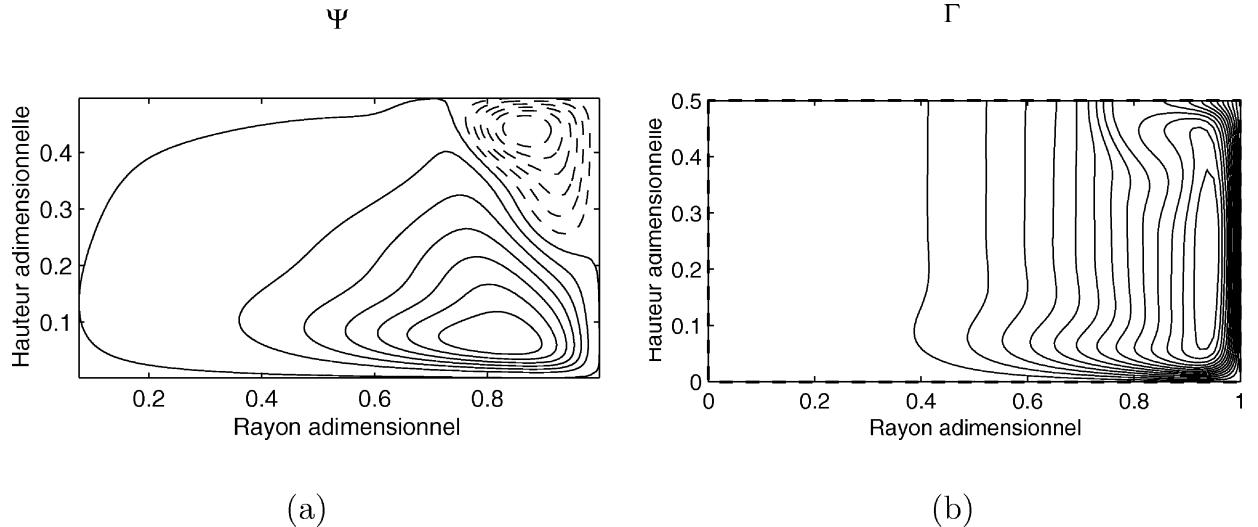


Figure 4. Champ de vitesse pour $T_m = 4 \cdot 10^6$, $Ma = 10^{-2}$ et $h = 0.5$. (a) Lignes de courant mériennes iso- ψ : 13 lignes équiréparties entre la valeur minimale $\psi_{\min} = -2,39$ et la valeur maximale $\psi_{\max} = +2,36$; les lignes en trait plein indiquent un écoulement de sens horaire et en trait pointillé de sens anti-horaire ; (b) iso-valeurs du moment cinétique $\Gamma = rv_\theta$ (13 lignes équiréparties de 0 à 330,4).

Figure 4. Flow field for $T_m = 4 \cdot 10^6$, $Ma = 10^{-2}$ and $h = 0.5$. (a) Meridional streamlines, (b) iso-values of the angular momentum $\Gamma = rv_\theta$.

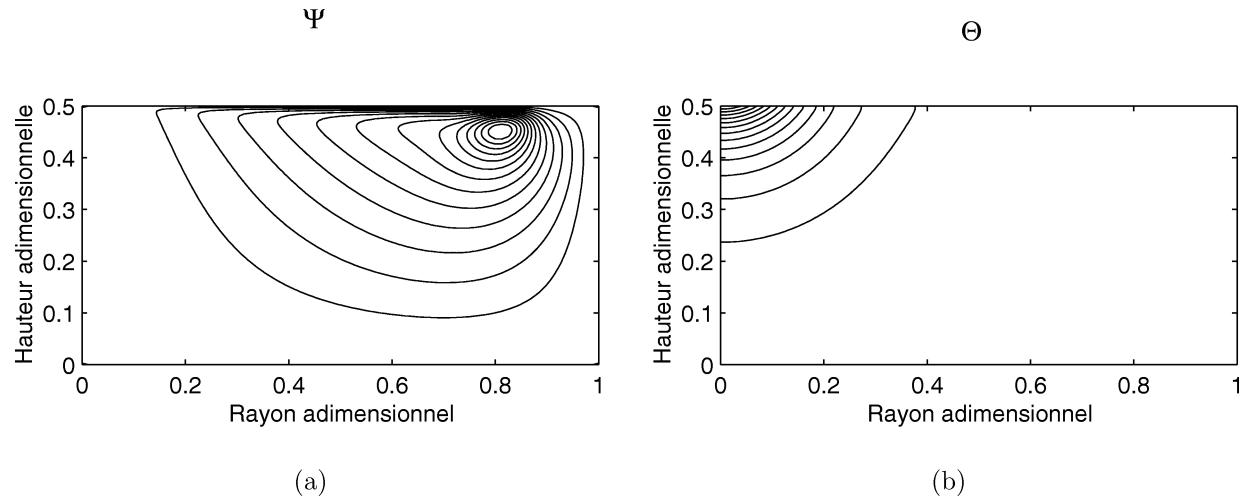


Figure 5. Iso-valeurs de la fonction de courant ψ et de la température Θ pour $Ma = 500$ et $T_m = 0$ pour $h = 0,5$ et $Pr = 0,01$; (a) 13 lignes de ψ équiréparties entre $\psi_{\min} = -0,0023$ et $\psi_{\max} = 0$; (b) 13 lignes iso- θ équiréparties entre 0 et $\theta_{\max} = 7,55$.

Figure 5. Iso-contours of the streamfunction ψ (a) and of the temperature Θ (b) for $Ma = 500$ and $T_m = 0$ with $h = 0.5$ and $Pr = 0.01$.

champ magnétique. La première partie de ce paragraphe illustre l'écoulement généré par le champ magnétique seul en situation isotherme. Le choix fait pour l'échelle de vitesse U^* ne permet pas d'annuler Ma de sorte qu'une valeur de l'ordre de 10^{-2} sera choisie pour ce paramètre afin de représenter une situation isotherme. La seconde partie rend compte de l'écoulement induit par la contrainte Marangoni sur la surface libre en

l'absence de forces électromagnétiques ($T_m = 0$). La dernière partie décrit l'effet de la superposition des deux phénomènes. Dans tous les cas, un facteur de forme $h = 0.5$, et un nombre de Prandtl $Pr = 0.01$, typique des métaux liquides, seront considérés. Les valeurs de Ma qui seront adoptées sont telles que le gradient de vitesse à la surface libre reste suffisamment faible pour être traité par le maillage décrit précédemment. Les valeurs de T_m

choisies (inférieures à $4 \cdot 10^6$) sont telles que l'écoulement tournant reste stable, c'est-à-dire indépendant du temps lorsque la solution finale est atteinte. Notons toutefois que la valeur maximale que peut atteindre T_m sans que l'écoulement tournant ne devienne instable dépend fortement du facteur de forme $h = H/R$ et diminue lorsque h augmente.

4.1. Champ magnétique seul ($Ma \approx 0$)

Pour un nombre de Taylor $T_m = 4 \cdot 10^6$ et une faible valeur du nombre de Marangoni ($Ma = 10^{-2}$), la figure 4 illustre l'écoulement créé par les seules forces électromagnétiques.

L'écoulement méridien consiste en 2 cellules de recirculation contra-rotatives. Celle du haut est de plus faible extension du fait de la surface libre qui est entraînée en rotation et la maintient ainsi près de la paroi en $r = 1$. Le mouvement azimutal est représenté sur la figure 4b. On observe que le haut du bain est presque en rotation solide, sauf bien sûr près des parois.

4.2. Convection Marangoni seule ($T_m = 0$)

En l'absence de champ magnétique tournant, la figure 5 montre l'écoulement méridien induit par la contrainte surfacique Marangoni lorsque $Ma = 500$, ainsi que le champ de température θ dans le bain. Le centre de la cellule de recirculation se situe à $r \approx 0,8$ soit très proche de la paroi du creuset. La vitesse radiale u_r atteind la valeur 0,5 en $r = r_0$ environ. Son ordre de grandeur proche de l'unité confirme la pertinence de l'échelle U^* choisie pour la vitesse. Le champ de température présente un gradient maximum au point d'impact du faisceau où les isothermes ont quasiment une forme sphérique. La figure 6 illustre l'effet néfaste du mouvement de convection sur la température de surface du bain qui diminue avec l'augmentation du nombre de Marangoni.

4.3. Influence d'un champ magnétique tournant sur la convection Marangoni

En présence de convection Marangoni et pour $Ma = 500$, la figure 7 montre l'écoulement méridien résultant pour $T_m = 4 \cdot 10^6$. Il consiste en une seule cellule de sens horaire, c'est-à-dire identique à celui de l'écoulement

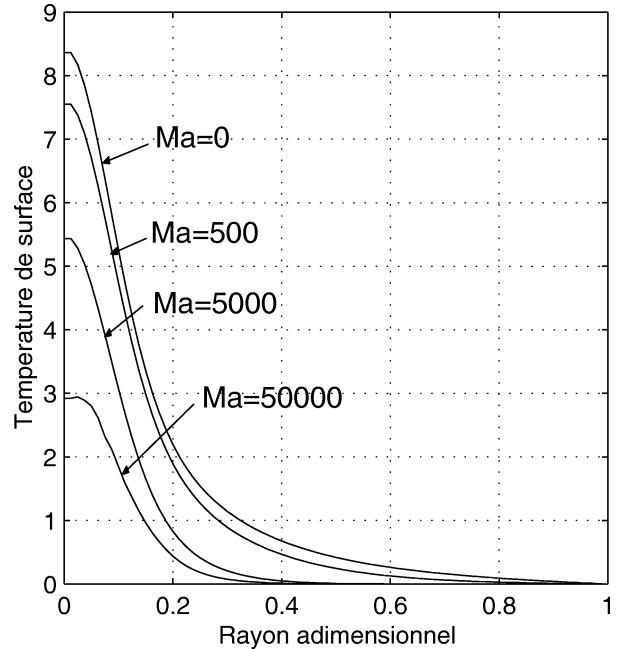


Figure 6. Influence de la convection Marangoni sur la température de surface adimensionnelle en l'absence de champ magnétique tournant ($T_m = 0$) pour $h = 0,5$ et $Pr = 0,01$ ($Ma = 0$, $5 \cdot 10^2$, $5 \cdot 10^3$ et $5 \cdot 10^4$).

Figure 6. Influence of the Marangoni number on the dimensionless surface temperature when $T_m = 0$, $h = 0.5$ and $Pr = 0.01$.

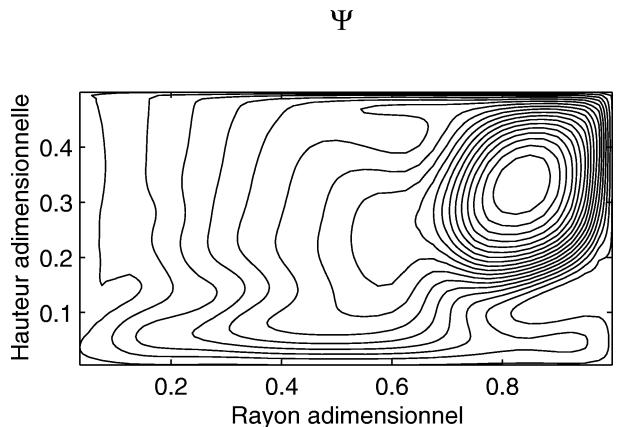


Figure 7. Structure de l'écoulement méridien lorsqu'un champ tournant est superposé à l'écoulement Marangoni : $Ma = 500$, $T_m = 4 \cdot 10^6$ (18 lignes iso- ψ équiréparties entre $\psi_{\min} = -0,003$ et $\psi_{\max} = 0$).

Figure 7. Meridional flow when a rotating magnetic field is superimposed to a Marangoni flow: $Ma = 500$, $T_m = 4 \cdot 10^6$.

Marangoni seul mais de structure fort différente du fait de la rotation engendrée par les forces électromagnétiques.

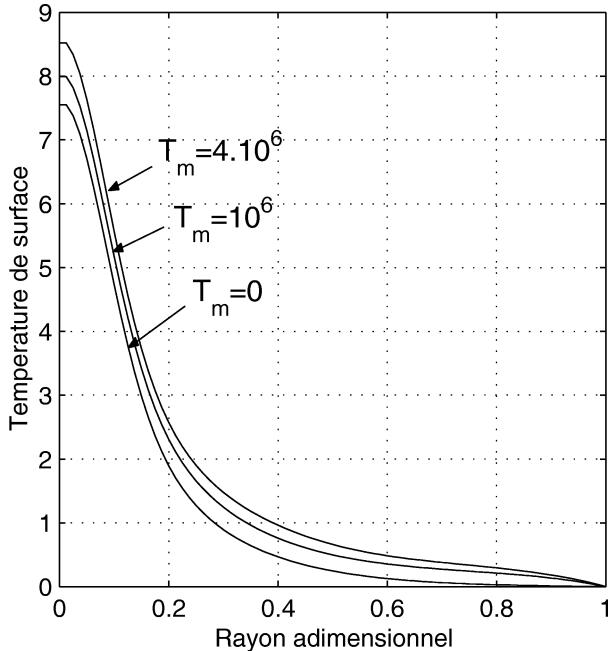


Figure 8. Influence du nombre de Taylor magnétique T_m sur la température de surface adimensionnelle pour $Ma = 500$.

Figure 8. Influence of the magnetic Taylor number T_m on the surface temperature for $Ma = 500$.

La figure 8 montre, toujours pour $Ma = 500$, l'influence d'une augmentation de T_m sur la température de surface. L'augmentation de la température centrale en $r = 0$ est clairement visible.

5. CONCLUSION

Ce travail illustre la possibilité d'amélioration du rendement énergétique d'une installation de bombardement électronique par utilisation d'un champ magnétique tournant. Une optimisation industrielle de cette technique nécessiterait quelques améliorations de l'approche simplifiée décrite ici :

- Un calcul exact des forces électromagnétiques créées par un inducteur compact de hauteur finie. Ceci pourrait être réalisé par l'utilisation de logiciels d'électromagnétisme de type éléments finis. On peut aussi penser qu'un décentrage relatif de l'inducteur et du bain serait plus efficace que la disposition symétrique envisagée dans le présent travail. En effet, en limitant les forces électromagnétiques à la partie inférieure du bain, la recirculation générée par la rotation ne comporterait qu'un seul vortex de sens antihoraire qui s'opposerait plus efficacement à la cellule Marangoni.

- L'introduction d'une valeur plus élevée des nombres de Marangoni et de Taylor : ceci entraînera la perte de stabilité hydrodynamique de l'écoulement et nécessitera la mise en oeuvre d'un modèle de turbulence ou d'une simulation directe.

- La prise en compte du creusement de la surface libre au point d'impact du faisceau.

- L'utilisation de conditions aux limites réalistes à la surface libre, prenant en compte une éventuelle oxydation du fluide.

- Le calcul et la prise en compte de la forme exacte du front de solidification

En plus de l'application décrite dans cet article, signalons la possibilité d'utiliser un champ tournant comme moyen d'homogénéisation en température et en concentration. Ce besoin se fait ressentir dans certaines applications particulières du bombardement électronique telles que la détermination des propriétés thermodynamiques à haute température de mélanges tels que le corium (voir par exemple [8] et on pourrait envisager d'adoindre un dispositif électromagnétique de brassage rotatif autour du creuset contenant le mélange à étudier.

RÉFÉRENCES

- [1] Favre E., Daviaud F., Fautrelle Y., Blumenfeld L., Transferts de chaleur dans une couche limite chauffée de manière concentrée à sa surface libre, in : 4ème Journée sur le Bombardement Electronique et ses Applications en Métallurgie, Saclay, janvier 1998.
- [2] Karcher C., Schaller R., Boeck T., Metzner C., Thess A., High-Marangoni number convection in liquid iron during electron beam evaporation, Int. J. Heat Mass Tran. (2000) (in press).
- [3] Andreev O., Kolesnikov Yu., Thess A., Magnetic control of convection in liquid metal heated from above, in: Int. Conf. on MHD Flows, Aussois (September 1997) pp. 553-556.
- [4] Dold P., Benz K.W., Convective temperature fluctuations in liquid gallium in dependence on static and rotating magnetic fields, Crys. Res. Tech. 30 (8) (1995) 1135-1145.
- [5] Marty Ph., Martin Witkowski L., Trombetta P., Tomasino T., Garandet J.P., On the stability of rotating MHD flows, in: Alemany A., Marty Ph., Thibault J.P. (Eds.), Energy Transfer in Electroconducting Flows Kluwer, 1999, pp. 327-343.
- [6] Tomasino T., Simulations numériques 3D d'écoulements instationnaires engendrés par un champ magnétique tourrant, thèse INPG, Grenoble, novembre 1999.
- [7] Ben Hadid H., Roux B., Buoyancy and thermo-capillary-driven flows in differentially heated cavities for low-Prandtl-number fluids, J. Fluid Mech. 235 (1992) 1-36.
- [8] Goldstein S., Détermination des propriétés thermodynamiques à haute température par bombardement électronique, in : 4ème Journée sur le Bombardement Electronique et ses Applications en Métallurgie, Saclay, janvier 1998.

Abridged English version**Control of thermal Marangoni convection in electron beam technology**

The control of the hydrodynamics of the liquid metal flow is an important aspect of the design of an electron beam installation (*figure 1*). Owing to the important temperature gradient at the free surface of such systems, a strong radial flow arises under the action of the Marangoni stress, which carries a significant part of the heat coming from the electron beam towards the external solid walls which contain the liquid metal [2]. Previous attempts have tried to suppress or, at least, to damp the intensity of this flow by using a permanent magnetic field [3]. In the latter study, an experimental device has been built where an electrically heated cylinder placed at the center of the free surface simulates the heat of the electron beam of a real installation. Their results confirm the decrease of the Nusselt number when the intensity of the magnetic field is increased. Nevertheless, such magnetic fields are technologically difficult to apply around an industrial installation and, furthermore, have the effect of deviating the electrons.

Recent works on the control of a liquid metal flow in cylindrical geometry have shown that the use of a rotating magnetic field (RMF) was easy [4, 5]. This type of magnetic field is quite analogous to the field which drives the rotor of an asynchronous electric motor. Unlike a permanent field, it is able to drive the fluid into motion under the effect of the azimuthal electromagnetic forces which develop inside the liquid metal. The intensity of these forces is easily controlled via the intensity or the angular frequency of the primary electric currents. Beyond the creation of an azimuthal velocity component, one of the main features of the flow induced in a cylindrical container by a RMF is the existence of a secondary meridional flow. This flow is promoted near the solid boundaries where the so-called Ekman pumping drives a fluid jet in a boundary layer. The associated flow closes its path through the core with a much smaller velocity. This secondary flow has a direction which is basically opposed to that of the Marangoni flow. Using numerical methods, the aim of this paper is to show that it is actually able to decrease the rate of heat which is carried by the Marangoni stress from the surface center to the external walls.

We then consider a simplified model which consists of a cylindrical liquid metal container of radius R and

height H submitted to a RMF of intensity B_0 and angular frequency Ω . The bottom and lateral wall are isothermal whereas the heat flux described in equation (1) is imposed at the free surface. Using dimensionless quantities, the equations (4)–(7) which describe the flow motion and the heat transport are solved numerically with a finite differences technique. Typical temperature difference ΔT and velocity U^* are introduced in equations (2) and (3). In addition to the aspect ratio $h = H/R$, the dimensionless numbers which describe the problem are the Marangoni number, Ma and the Taylor number T_m both defined in equation (8). The Prandtl number Pr of the fluid is also introduced as a physical property of the fluid. The boundary conditions are presented in *figure 2*. The order of magnitude of the velocity induced by buoyancy is shown to be negligible compared to that of the Marangoni flow. This explains why buoyancy has not been introduced in the momentum equations.

The electromagnetic force field is first calculated as it is an initial input of the numerical calculation of the flow and temperature fields. *Figure 3* shows typical profiles of the azimuthal force f_θ in the radial and vertical directions for various values of the aspect ratio $h = H/R$. In this paper, only the particular value $h = 0.5$ is considered together with $Pr = 0.01$ which is a typical value of the Prandtl number of a liquid metal.

Figure 4 shows the flow pattern when only a RMF is applied ($T_m = 4 \cdot 10^6$ and $Ma \approx 0$). The streamlines of the meridional flow are presented in *figure 4a*. One can see that the flow consists of two eddies. The bigger one is rotating clockwise and it is partially isolated from the lateral wall by a smaller one which rotates counter-clockwise. *Figure 4b* shows the distribution of the angular velocity v_θ and an almost solid body rotation is observed in the center of the liquid pool. One can finally note the rotation of the free surface itself.

When no RMF is applied but only the Marangoni convection exists, the flow has no azimuthal component and a meridional clockwise rotating eddy can be observed (see *figure 5a* for $Ma = 500$ and $T_m = 0$). *Figure 5b* shows the associated temperature field which, owing to the small value of Pr , is not very different from the pure diffusive solution. Still in the absence of any magnetic field ($T_m = 0$), the negative influence of the

Marangoni flow is observed on *figure 6* where the radial temperature profile at the free surface is plotted versus r for different values of Ma . As this quantity is increased, one notes the decreases in the surface temperature due to the convection of heat by the meridional flow shown in *figure 5a*.

When both Ma and T_m are different from 0, the structure of the flow becomes more complex. *Figure 7* shows an example when $Ma = 500$ and $T_m = 4 \cdot 10^6$. For a given Marangoni number ($Ma = 500$), *figure 8* shows that an increase of T_m is responsible for an increase of the free surface temperature. This confirms the possibility of controlling, at least partially, the rate of heat which is lost owing to the Marangoni convection.

In this first attempt, it has been shown that using a RMF was a promising and simple solution to limit the convective heat losses in an electron beam device. In an industrial system, the actual values of Ma are much larger than the one considered in this study and lead to a strong turbulence intensity in the liquid. The numerical treatment of such a situation would involve the use of a turbulence model. Nevertheless, it is known that such models are still approximate when the flow contains closed streamlines or is subject to rotation. Both of these ingredients are present in this problem.